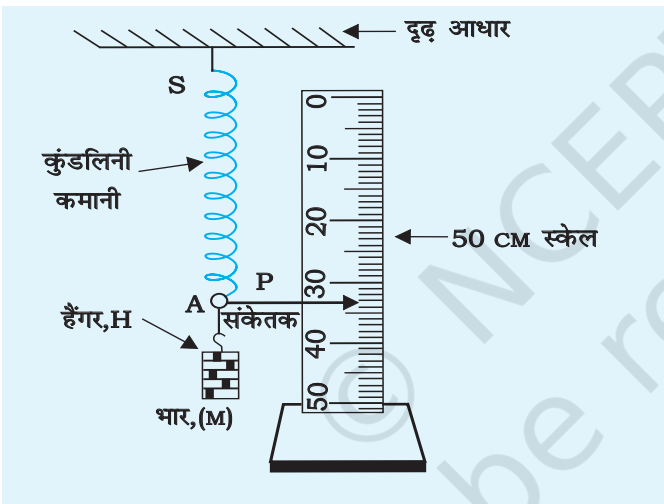
परियोजना 9

उद्देश्य

भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ के आधार पर किसी कुंडलिनी कमानी के कमानी नियतांक का अध्ययन करना।

उपकरण तथा आवश्यक सामग्री

एक कुंडलिनी कमानी जिसके निचले सिरे पर एक संकेतक और हैंगर लटकाने के लिए हुक/छल्ला लगा हो; एक दृढ़ आधार/क्लैंप स्टैंड; हैंगर पर रखने के लिए 5 - 6 (ज्ञात) झिरीयुक्त द्रव्यमान, एक मीटर पैमाना।



चित्र P9.1 *कुंडलिनी कमानी*

सिद्धांत

जब किसी पिंड पर कोई बाह्य बल लगाया जाता है तो पिंड का आकार बदल जाता है या इसमें विकृति आ जाती है। पिंड में प्रत्यानयन बल (आरोपित बल के परिमाण के) विकसित हो जाते हैं जिनकी प्रवृति इस परिवर्तन का विरोध करने की होती है। आरोपित बल हटा लेने पर पिंड अपने पूर्व रूप में आ जाता है।

लंबाई (या आकार/विमाओं) में अल्प परिवर्तन के लिए, प्रत्यास्थता सीमा के भीतर किसी पिंड (तार) की लंबाई वृद्धि का परिमाण आरोपित बल के समानुपाती होता है (हुक का नियम)।

हुक के नियम के अनुसार किसी कमानी का

$$\text{कमानी नियतांक (या बल नियतांक) } K = \frac{\text{प्रत्यानयन बल } F}{\text{लंबाई में वृद्धि } x} \quad \text{(P 9.1)}$$

अत:, कमानी नियतांक कमानी में प्रति इकाई लंबाई वृद्धि के परिणामस्वरूप उत्पन्न प्रत्यानयन बल है। इसका मान कमानी के प्रत्यास्थ गुणों द्वारा निर्धारित होता है। किसी दृढ़ आधार, जैसे दीवार में लगी कील से लटकी कमानी के मुक्त सिरे से एक हैंगर लटका दिया जाता है। एक भार (झिरी युक्त द्रव्यमान) हैंगर पर रखा जाता है जिससे कमानी की लंबाई में वृद्धि हो जाती है। हैंगर पर क्रमश: भार बढ़ाकर (झिरी युक्त द्रव्यमान रखकर) और कमानी में तद्नुरूपी लंबाई

© NCERT not to be republished

वृद्धि को माप कर भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ खींचा जाता है जिससे कमानी के कमानी-नियतांक का मान ज्ञात किया जा सकता है।

कार्यविधि

1. कुंडलिनी कमानी SA, जिसके निचले सिरे पर संकेतक P लगा हो, को किसी दृढ़ आधार से लटकाइए जैसा चित्र P 9.1 में दर्शाया गया है।
2. कमानी के निकट 50 cm लंबा एक पैमाना ऊर्ध्वाधरत: रखिए। सावधानी से ऐसी व्यवस्था करें कि संकेतक पैमाने के अंशांकनों के सामने स्वतंत्रतापूर्वक बिना इसको स्पर्श किए ऊपर-नीचे गति कर सकें।
3. मीटर पैमाने का अल्पतमांक ज्ञात करें। सामान्यत:, यह 1 mm अथवा 0.1 cm होता है।
4. हुक से कोई द्रव्यमान बिना लटकाए मीटर पैमाने पर संकेतक की स्थिति रिकॉर्ड करें।
5. कुंडलिनी कमानी के मुक्त सिरे A से हैंगर H (जिसका द्रव्यमान माना 20 g है) लटकाइए और मीटर पैमाने पर संकेतक P की स्थिति रिकॉर्ड कीजिए।
6. हैंगर पर धीरे-से एक झिरी युक्त द्रव्यमान रखिए। कुछ समय प्रतीक्षा कीजिए ताकि, द्रव्यमान जो दोलन करने लगता है, संतुलन अवस्था (विराम) में आ जाए अथवा हाथ लगाकर इसको रोकें। उपयुक्त मात्रकों एवं सार्थक अंकों के साथ प्रेक्षण सारणीबद्ध कीजिए।
7. दूसरा झिरी युक्त द्रव्यमान हैंगर पर रखें और चरण 6 को दोहराएँ।
8. हैंगर पर झिरी युक्त द्रव्यमान बढ़ाते जाएँ और चरण 6 दोहराएँ। प्रत्येक बार मीटर पैमाने पर संकेतक की स्थिति रिकॉर्ड कीजिए।
9. झिरीयुक्त द्रव्यमान M द्वारा आरोपित भार/बल $F (= mg)$ और कमानी में उसके संगत लंबाई वृद्धि x की गणना कीजिए। यहाँ g प्रयोग स्थल पर गुरूत्व के कारण त्वरण हैं।
10. आरोपित बल F को x-अक्ष के अनुदिश तथा उसके संगत लंबाई वृद्धि y-अक्ष के अनुदिश लेकर उनके बीच ग्राफ़ खींचे। आपने जो ग्राफ़ खींचा है उसकी आकृति किस प्रकार की है?
11. यदि आप पाएँ कि बल-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ सरल रेखा है तो इस सरल रेखा की प्रवणता (F/x) ज्ञात कीजिए। सरल रेखीय ग्राफ़ की प्रवणता से कुंडलिनी कमानी का कमानी नियतांक K ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण

ऊर्ध्वाधर मीटर पैमाने का अल्पतमांक = ... mm = ... cm.

हैंगर का द्रव्यमान = ... g

© NCERT not to be republished

सारणी P 9.1 – विभिन्न भार लगाने पर कुंडलिनी कमानी में हुई लंबाई वृद्धि का मापन

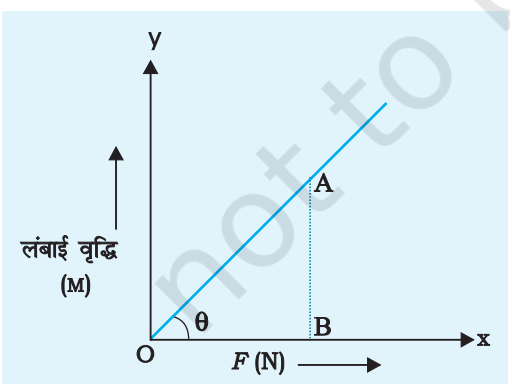
क्रम संख्या	कमानी से लटकाया द्रव्यमान M	बल $F = mg$	संकेतक की स्थिति	लंबाई में वृद्धि x	कमानी नियतांक $K (= F/x)$
	$(10^{-3}$ kg)	(N)	(cm)	(10^{-2})	(N m^{-1})
1	0				
2	20				
3	.				
4	.				
5	.				
6	.				
.	.				
.	.				
.	.				
.	.				

औसत कमानी नियतांक K = ...N/m

कुंडलिनी कमानी के लिए भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ बनाना

बल F को x-अक्ष के अनुदिश और लंबाई वृद्धि x को y-अक्ष के अनुदिश लें। F एवं x को निरूपित करने के लिए उपयुक्त पैमाने चुनें। F एवं x में ग्राफ़ खींचे (जैसा चित्र P 9.2 में दर्शाया गया है)। भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ OA का आकार पहचानिए।

गणनाएँ



चित्र P9.2 कुंडलिनी कमानी के लिए भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़

चित्र P 9.2 में दर्शाए भार-लंबाई वृद्धि ग्राफ़ में प्राप्त सरल रेखा OA पर परस्पर दूर स्थित दो बिंदु O एवं A चुनिए। बिंदु A से x-अक्ष पर लंब AB डालिए। तब ग्राफ़ से

$$\text{सरल रेखीय ग्राफ़ की प्रवणता} = \tan\theta = \frac{AB}{OB} = x/F$$

$$\text{कमानी नियतांक } K = \frac{F}{x} = \frac{1}{(\text{सरल रेखीय ग्राफ़ की प्रवणता})}$$

$$K = \frac{OB}{AB} = \frac{F_B - F_O}{x_A - x_B} = \ldots \text{Nm}^{-1}$$

जहाँ x_A एवं x_B क्रमशः बिंदुओं A एवं B (अथवा O) के संगत लंबाई वृद्धि

© NCERT not to be republished

है तथा F_B एवं F_O बिंदु B एवं O पर भार (बल) हैं।

परिणाम

दी गई कुंडलिनी कमानी का कमानी नियतांक = ...Nm^{-1}

सावधानियाँ

1. कमानी को किसी दृढ़ आधार से लटकाया जाना चाहिए और यह स्वतंत्रतापूर्वक लटकना चाहिए ताकि ऊर्ध्वाधर रहे।
2. झिरी युक्त भार कमानी की प्रत्यास्थता सीमा के अनुसार चुने जाने चाहिए।
3. हैंगर पर झिरी युक्त भार रखने या हटाने के बाद, पैमाने पर संकेतक की स्थिति नोट करने से पहले कुछ देर प्रतीक्षा करनी चाहिए क्योंकि कमानी को संतुलनावस्था में आने में समय लगता है।

त्रुटि के स्त्रोत

1. यदि आधार पूर्णतः दृढ़ नहीं है तो आधार के झुक जाने के कारण कुछ त्रुटि आ सकती है।
2. झिरी युक्त भार प्रामाणिक नहीं भी हो सकते हैं।

परिचर्चा

1. भार (या झिरी युक्त द्रव्यमानों) सहित कुंडलिनी कमानी को लटकाने के लिए दृढ़ आधार चाहिए। झिरी युक्त द्रव्यमानों पर अंकित द्रव्यमान हो सकता है उनका यथार्थ मान न हो। लंबाई वृद्धि के मापन में कुछ त्रुटि आधार के झुक जाने या भारों के अयथार्थ द्रव्यमानों के कारण हो सकती है।
2. परिणाम की यथार्थता मुख्यतः प्रत्यास्थता सीमा के भीतर बल द्वारा लंबाई-वृद्धि के मापन पर निर्भर करती है। इस बात की विशेष सावधानी बरतें कि झिरी युक्त द्रव्यमान बहुत धीरे से हैंगर पर रखे जाएँ क्योंकि कुंडलिनी कमानी का तार अपनी नयी संतुलन स्थिति प्राप्त करने में कुछ समय लेता है।
3. यदि प्रत्यास्थता सीमा पार हो जाए तो आप कमानी में और अपने परिणामों में क्या अंतर अपेक्षित करेंगे?

© NCERT not to be republished

स्व-मूल्यांकन

1. दो कमानियाँ A (मोटे तार से बना) तथा B (पतले तार से बना) एक ही पदार्थ से बनी हैं। एक ही दृढ़ आधार से लटकाई गई हैं और उनके हैंगर्स पर समान द्रव्यमान रख कर भारित किए गए हैं। किस कमानी का कमानी नियतांक अधिक होगा?

2. M_s द्रव्यमान की कोमल, भारी कमानी जिसका कमानी नियतांक K है अपने ही भार के कारण लंबाई वृद्धि को प्राप्त कर लेती है। इसके निचले सिरे पर द्रव्यमान M लगाने पर इसकी लंबाई में होने वाली वृद्धि का यथार्थ निर्धारण करने के लिए द्रव्यमान में सुधार गुणांक के लिए आप क्या सुझाव देंगे?

   [संकेत: M_s द्रव्यमान के कमानी के निचले सिरे पर M द्रव्यमान जोड़ने पर इसकी लंबाई में वृद्धि

   $$X_m = \frac{F}{K} = (M + \frac{M_s}{2})(\frac{g}{K})]$$

3. लंबाई के अतिरिक्त अन्य किन कारकों पर कमानी का कमानी नियतांक निर्भर करता है?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग / क्रियाकलाप

1. उसी पदार्थ के परंतु विभिन्न मोटाई के तारों से बनी कमानी लेकर अध्ययन कीजिए कि तार के व्यास में परिवर्तन से कमानी नियतांक पर क्या प्रभाव पड़ता है?
2. एक ही व्यास के विभिन्न पदार्थों से बनी कमानी लीजिए। देखिए कि उनके कमानी नियतांक कैसे बदलते हैं? अपने परिणाम से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

© NCERT not to be republished